©ABACUS NT
Ap. Correos 72
Beniaján - 30570 Murcia
e-mail: info@abacusnt.com

1.2.9. SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES

En electrónica digital resulta muy interesante optimizar un circuito, es decir, simplificarlo. Se trata de obtener la representación de la función con el menor número de elementos, lo que nos llevará, a la hora de la implementación física de dicha función, a obtener un circuito más sencillo y barato.

Existen varios métodos para simplificar funciones lógicas.

1.2.9.1. Método algebraico

Utiliza las propiedades y teoremas del álgebra de Boole. Por ejemplo:

$$F = (a + b) \bullet (a + c) = a + (b \bullet c)$$

lo que se consigue de manera directa a partir de la propiedad distributiva.

En este método, el grado de optimización de la expresión final depende de la habilidad del diseñador para aplicar la propiedad más adecuada en cada paso de la simplificación. Al crecer la complejidad de la expresión para simplificar esta tarea se hace cada vez más difícil. Por ello, se utilizan otros métodos que facilitan y automatizan el proceso de simplificación de las funciones lógicas: los Mapas de Karnaugh, y el método tabular de Quine-McCluskey.

1.2.9.2. Método gráfico de Karnaugh

Se basa en la representación gráfica de la función en en un cuadro denominado mapa de Karnaugh. Es un método válido para simplificar de forma sencilla funciones de hasta 5 ó 6 variables.

Una tabla de verdad tiene tantas filas como términos, sean éstos minitérminos o maxitérminos, mientras que el mapa de Karnaugh correspondiente tiene una celda por cada término. En la Figura 7 se puede observar la disposición de los mapas de Karnaugh para funciones de 3, 4 y 5 variables.

C \ AB	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

CD\AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

DE\ABC	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	4	12	8	24	28	20	16
01	1	5	13	9	25	29	21	17
11	3	7	15	11	27	31	23	19
10	2	6	14	10	26	30	22	18

Figura 7 Disposición de mapas de Karnaugh para 3, 4 y 5 variables[1].

Los encabezamientos de las filas y las columnas representan para las variables todas las combinaciones de estados de las mismas que se pueden dar. El orden de las combinaciones de valores debe ser tal que dos adyacentes sólo se pueden diferenciar en un valor. Con estas configuraciones existe una adyacencia gráfica igual a la adyacencia algebraica. Definimos los términos adyacentes desde el punto de vista lógico como dos términos del mismo tipo (mini ó maxi) que difieren sólo en una variable. Por ejemplo, $a \bullet b \bullet \neg c \bullet \neg d$ y $a \bullet b \bullet \neg c \bullet d$ son minitérminos de cuatro variables adyacentes lógicamente, ya que sólo difieren en la variable d. Ambos términos pueden combinarse eliminando una variable ($a \bullet b \bullet \neg c \bullet \neg d$ y $a \bullet b \bullet \neg c \bullet d = a \bullet b \bullet \neg c \bullet (d + \neg d) = a \bullet b \bullet \neg c$). En el mapa de Karnaugh indicamos los términos que se pueden combinar rodeándolos con un trazo. Estos términos al

[1] Dentro de la cuadrícula aparece el valor decimal correspondiente a la combinación de variables, valor que se va a utilizar para trasladar las funciones a partir de la notación especial simplificada.

combinarse nos darán una expresión con menos variables. Además se interpretará que la fila adyacente a la primera por arriba es la última por abajo y la adyacente a la última columna por la derecha es la primera por la izquierda.

Veamos un ejemplo utilizando minitérminos:

$$F = (a + b) \bullet (a + c)$$

en primer lugar, obtenemos la notación especial abreviada correspondiente a la primera forma canónica[2]

$$F(a, b, c) = 011_{(2} + 100_{(2} + 101_{(2} + 110_{(2} + 111_{(2} = m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \Sigma\ m\ (3, 4, 5, 6, 7)$$

a continuación, colocamos un 1 en cada una de las celdas del mapa de Karnaugh correspondientes a las combinaciones obtenidas. Seguidamente, se agrupan unos adyacentes en conjuntos de potencias de 2 (a partir de 2^1), es decir, 2, 4, 8, etc., pudiendo haber intersecciones entre los grupos. Cuanto mayor sea el agrupamiento, mayor será la simplificación. A cada grupo de unos le corresponde un minitérmino, donde se eliminan aquellas variables que aparezcan con valor 0 y 1 dentro del propio grupo y se mantienen, efectuándose entre ellas el producto lógico, aquellas que sólo tengan un valor.

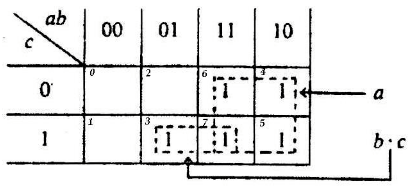

Figura 8 Simplificación por Karnaugh con minitérminos.

Finalmente, se suman los términos obtenidos lográndose la función simplificada:

$$F = a + b \bullet c$$

Como se ha indicado, a esta técnica de resolución se la conoce como trabajo en minitérminos (simplificación utilizando los unos). Existe otra técnica paralela que trabaja en maxitérminos (simplificación utilizando los ceros). Seguidamente, recogemos con más detalle las reglas a aplicar para la simplificación por minitérminos:

- Cada celda (minitérmino) sobre un mapa de Karnaugh de dos variables tiene dos celdas (minitérminos) adyacentes lógicamente; sobre un mapa de Karnaugh de tres variables, cada minitérmino tendrá tres adyacentes, etc. En general, cada celda en un mapa de Karnaugh de n variables tiene n celdas adyacentes lógicamente, de modo que cada par de celdas adyacentes difiere precisamente en una variable.
- Al combinar las celdas en un mapa de Karnaugh, agruparemos un número de minitérminos que sea potencia de 2. Al agrupar 2 celdas eliminamos una variable, al agrupar 4 celdas eliminamos 2 variables, etc. En general, al agrupar 2^n celdas eliminamos n variables. Debemos, por tanto, agrupar tantas celdas como sea posible; cuantas más celdas tenga cada grupo, mayor será la simplificación.
- Debemos cubrir todas las celdas (minitérminos) de la función con el menor número posible de grupos. Un minitérmino está cubierto si está incluido al menos en un grupo. A menor número de grupos, menos términos tendrá la función minimizada. Debemos utilizar cada celda al menos una vez, pero podemos usarlas en más de un grupo. Tan pronto hayamos utilizado todos los minitérminos al menos una vez nos detenemos.
- La combinación de celdas en el mapa, se hará siempre empezando por los minitérminos que tienen menor número de celdas adyacentes (los más solitarios en el mapa). Los minitérminos con varios términos adyacentes ofrecen más combinaciones posibles y, por tanto, deben combinarse más adelante en el proceso de minimización.

©ABACUS NT
Ap. Correos 72
Beniaján - 30570 Murcia
e-mail: info@abacusnt.com

[2] En realidad, este paso es perfectamente prescindible ya que es muy sencillo colocar directamente en el mapa de Karnaugh los valores adecuados.